2. Übungsblatt

Aufgabe 8 Schwellenwertelemente/Perzeptren

Bestimmen Sie die Parameter von Schwellenwertelementen, sodass diese die folgenden Boole'schen Funktionen berechnen:

a) $y = x_1 \vee x_2$,

b) $y = \neg x_1 \wedge x_2$.

Hinweis: Ein Schwellenwertelement berechnet, auf welcher Seite einer (Hyper-)Ebene ein Eingabevektor liegt

Aufgabe 9 Schwellenwertelemente/Perzeptren

Versuchen Sie die Parameter eines Schwellenwertelementes zu bestimmen, sodass es das exklusive Oder (geschrieben $x_1 \dot{\vee} x_2$ oder $x_1 \oplus x_2$) berechnet! Welches Problem tritt auf? Wie kann man dieses Problem lösen?

Hinweis: Erinnern Sie sich an die in der Vorlesung behandelte Lösung des Biimplikationsproblems. Beachten Sie zusätzlich, dass das Problem gezeigt werden muss (Beweis oder mathematisch fundierte Begründung).

Aufgabe 10 Schwellenwertelemente/Perzeptren

Bestimmen Sie die Parameter von *einzelnen* Schwellenwertelementen, sodass diese die folgenden Boole'schen Funktionen berechnen:

a) $y = x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3$ (oder kurz: $x_1\overline{x_2}x_3$)

b) $y = (x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_2 \wedge x_3)$ (oder kurz: $x_1x_2 \vee \overline{x_2}x_3$)

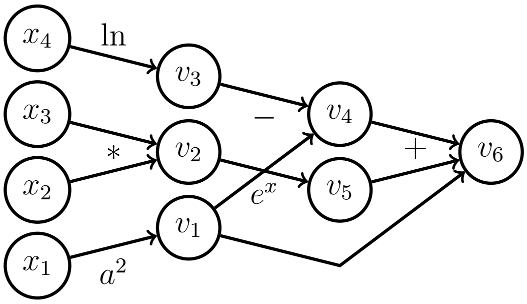
c) $y = (x_1 \wedge x_2) \vee \neg x_3$ (oder kurz: $x_1x_2 \vee \overline{x_3}$)

Hinweis: Ein Schwellenwertelement berechnet, auf welcher Seite einer (Hyper-)Ebene ein Eingabevektor liegt. Beachten Sie zusätzlich, dass Probleme gezeigt werden müssen (Beweis oder mathematisch fundierte Begründung), wenn sie auftreten.

Aufgabe 11 Reverse Mode Automatische Differenzierung

Betrachten Sie den folgenden Ausführungsgraph für den Ausdruck $f(x) = x_1^2 + e^{x_2 \cdot x_3} - \ln(x_4) + x_1^2$:

a) Berechnen Sie $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ für $x_1 = -3, x_2 = 1, x_3 = 4, x_4 = e^3$



b) Bestimmen Sie die partielle Ableitung für $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, x_1, x_2, x_3, x_4$ mit Hilfe der Kettenregel. Dafür sollen die partiellen Ableitungen von v_6 aus zu den Eingaben x_1, x_2, x_3, x_4 Schrittweise berechnet werden. Nutzen Sie dafür die folgende Notation

$$\dot{v}_i = \frac{\partial v_6}{\partial v_i}$$

und die folgende Formel zur Berechnung der partiellen Ableitungen:

$$\dot{v}_i = \sum_{j \in Nachfolger(v_i)} \dot{v}_j \frac{\partial v_j}{\partial v_i}$$

Die Nachfolger sind die Knoten die v_i als Eingang benutzen. Zum Beispiel $Nachfolger(v_1) = \{v_4, v_6\}$.

Hinweis : Das Ergebnis zu dieser Aufgabe besteht aus den Bestimmten Formeln für die angegebenen Variablen.

c) Berechnen Sie nun die partiellen Ableitung von v_6 nach x_1, x_2, x_3, x_4 mit Hilfe der hergeleiteten Formeln aus b) und den Werten aus a).

d) Überprüfen Sie das Ergebnis indem Sie $f(x)$ ableiten und die Werte aus a) einsetzen.